Prof. Dr. Alfred Toth

Metamorphe Umgebungen

1. Metamorphie ist ein Begriff, den Kaehr (2009) benutzt hatte, um Wechsel zwischen akzeptionellen und rejektionellen Domänen verschiedener Kontexturen polykontexturaler Systeme zu bezeichnen. Dazu gehört somit auch der Austausch zwischen morphismischen und heteromorphen Abbildungen, die wir nun betrachten.

2. Gegeben sei die Relation R = (a.b, c.d). Der zugehörige Diamond D(R) ist

$$\begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ a & \rightarrow & b & \circ & c & \rightarrow & d, \end{array}$$

und das Trajektogramm T(R) ist

$$\begin{tikzcd} a \arrow[dr] & a & a \\ b & b & b \\ c & c & c \arrow[dl, red] \\ d & d & d\,. \end{tikzcd}$$

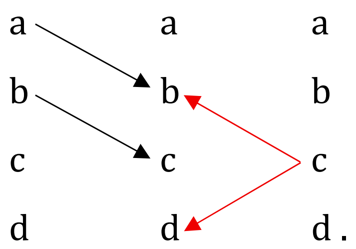
Das um den D-Heteromorphismus ξ erweiterte Trajektogramm T(R, ξ) ist

$$\begin{tikzcd} a \arrow[dr] & a & a \\ b & b & b \\ c & c & c \arrow[ul, red] \arrow[dl, red] \\ d & d & d\,. \end{tikzcd}$$

Wenn wir ξ(D) nun zur Kreisfunktion vervollständigen (vgl. Toth 2025), bekommen wir D'(R) =

$$\begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ a & \rightarrow & b & \circ & c & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & b & \rightarrow & c, & & \end{array}$$

darin die Abbildung $\xi \rightarrow \xi^{-1}$ metamorph ist. Dann ist T'(R, ξ) =



Auf diese Weise kann man also nicht nur metamorphe Diamonds, sondern auch metamorphe Trajektogramme und erweiterte Trajektogramme bilden. Dieses Verfahren läßt sich nun natürlich nicht nur auf R, sondern auf alle 6 Permutationen und deren Konverse anwenden:

$$\begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ a & \rightarrow & b & \circ & c & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & b & \rightarrow & c & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} & & c & \leftarrow & b & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & c & \circ & b & \rightarrow & a \\ & & | & & | & & \\ & & c & \rightarrow & b & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & c & \leftarrow & b & & \\ & & | & & | & & \\ a & \rightarrow & c & \circ & b & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & c & \rightarrow & b & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & b & \circ & c & \rightarrow & a \\ & & | & & | & & \\ & & b & \rightarrow & c & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & a & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ b & \rightarrow & a & \circ & c & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & a & \rightarrow & c & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} & & c & \leftarrow & a & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & c & \circ & a & \rightarrow & b \\ & & | & & | & & \\ & & c & \rightarrow & a & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & c & \leftarrow & a & & \\ & & | & & | & & \\ b & \rightarrow & c & \circ & a & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & c & \rightarrow & a & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & a & \leftarrow & c & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & a & \circ & c & \rightarrow & b \\ & & | & & | & & \\ & & a & \rightarrow & c & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & a & \leftarrow & b & & \\ & & | & & | & & \\ c & \rightarrow & a & \circ & b & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & a & \rightarrow & b & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & a & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & b & \circ & a & \rightarrow & c \\ & & | & & | & & \\ & & b & \rightarrow & a & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & b & \leftarrow & a & & \\ & & | & & | & & \\ c & \rightarrow & b & \circ & a & \rightarrow & d \\ & & | & & | & & \\ & & b & \rightarrow & a & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & a & \leftarrow & b & & \\ & & | & & | & & \\ d & \rightarrow & a & \circ & b & \rightarrow & c \\ & & | & & | & & \\ & & a & \rightarrow & b, & & \end{array}$$

so daß wir also folgende metamorphen Kreisfunktionen bekommen:

$K_1 = (b \leftarrow c, b \rightarrow c)$ $\qquad$ $K_1^{-1} = (c \leftarrow b, c \rightarrow b)$

$K_2 = (c \leftarrow b, c \rightarrow b)$ $\qquad$ $K_2^{-1} = (b \leftarrow c, b \rightarrow c)$

$K_3 = (a \leftarrow c, a \rightarrow c)$ $\qquad$ $K_3^{-1} = (c \leftarrow a, c \rightarrow a)$

$K_4 = (c \leftarrow a, c \rightarrow a)$ $\qquad$ $K_4^{-1} = (a \leftarrow c, a \rightarrow c)$

$K_5 = (a \leftarrow b, a \rightarrow b)$ $\qquad$ $K_5^{-1} = (b \leftarrow a, b \rightarrow a)$

$K_6 = (b \leftarrow a, b \rightarrow a)$ $\qquad$ $K_6^{-1} = (a \leftarrow b, a \rightarrow b)$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Systeme und heteromorphe Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

11.12.2025